牟田泰三

佐藤　幹夫：場の理論と数学を結ぶ新しい視点

益川　敏英：素粒子物理学におけるクォークの閉じ込めの課題*

素粒子論とくり込み群

京大・基研　牟田泰三

臨界現象などで大活躍しているくり込み群の方法は，もともと素粒子論の分野で開発された手法であるが，近年迄その利用価値はあまり高いものではなかった。その一つの理由は，次のようなことだと思われる。即ち，素粒子論では，高エネルギー極限でのグリーン関数の性質を知る必要があるが，このような極限をくり込み群の方法で探るためには，紫外安定固定点が存在するような場の理論が必要である。しかし，現実的な場の理論でこのようなものは全く知られていなかったのである。従って，くり込み群的方法を応用するとしても，紫外安定固定点の存在を仮定した現象論にならざるを得なかった。

クォークのダイナミックスが場の理論で記述されるとしたら，その理論は結合定数ゼロの点を紫外安定固定点として持たねばならない（漸近自由性）ということが，実験的側面から知られていたが，1973年になって，非アーベル・ゲージ場理論が実はこの性質を持つということが発見された。[1)]クォークのカラー自由度をゲージ化した場の理論を量子色力学（Quantum Chromodynamics, QCD）と呼んでいるが，この理論の持つ漸近自由性やその他の性質は現在の実験的状況とconsistentであり，ハドロンの強い相互作用をクォークのレベルから記述する理論はQCDであろうと考えられている。ここでは，QCDに於けるくり込み群の方法の応用について解説する。Grand Unificationの方面でもくり込み群的方法は活用されているが，これについてはふれない。

場の理論でグリーン関数を具体的に計算しようとすると，ボルン項以外では一般に発散が現れる。この発散はくり込みによって処理できる場合（くり込み可能）とそうでない場合とがある。QCDはくり込み可能な理論である。グリーン関数の発散をくり込むときに必ず mass scale μが現れる。これをくり込み scale と呼んでいるが，これは，どのようなエネルギーの scale で発散の処理が行われたかを表す目やすである。くり込み scale は任意であるが物理的な結果

*）今回掲載分の講演

はこれに依存してはいけない。くり込まれたグリーン関数が，くり込み scale μ を変えたときにどんな response をもつかということを式で表したものがくり込み群の方程式である。ゲージパラメーターなどを無視して簡略化して書くと，それは次のようになる[2)]。

$$\left[\mu\frac{\partial}{\partial\mu}+\beta(g)\frac{\partial}{\partial g}-\beta_m(g)\,m\frac{\partial}{\partial m}-n\gamma(g)\right]\Gamma_n(p_i,\,g,\,m,\,\mu)=0,$$

ここで，Γ_n は n 体（クォーク，グルーオンの）グリーン関数（ renormalized, amputated, single-particle irreducible ）で，$\beta(g)$ は Gell-Mann-Low 関数と呼ばれるもので，くり込まれた結合定数のくり込み scale に対する変化を表す。$\beta_m(g)$ はクォーク質量の変化に対する同様の量である。$\gamma(g)$ はクォークやグルーオン場の anomalous dimension である。p_i $(i=1,\ 2,\cdots\cdots n)$ は外線の持つ運動量である。

$p_i^2\to\infty$ $(i=1,\ 2,\cdots\cdots n)$ でのグリーン関数の振舞いは，紫外安定固定点(ultraviolet stable fixed point, UVFT) と呼ばれる $\beta(g)$ のゼロ点によって支配されることが知られている。特に $g=0$ にUVFTがあるときが，いわゆる漸近自由（ asymptotic freedom ）の場合である。QCDでは $g=0$ がUVFTになっている。従って，$p_i^2\to\infty$ ではグリーン関数を摂動的に評価できるであろう。$p_i^2\to\infty$ は座標空間では近距離に対応するから，QCDでは近距離で相互作用が弱まり，摂動計算が許されると言える。

ここで2つのコメントをしておく。(1) QCDでは近距離で相互作用が弱くなる代りに遠距離で強くなり，非摂動的効果が重要になる。クォークの閉じ込めなどの現象は典型的な非摂動効果である。くり込み群の方法は，近距離での摂動計算の改良には大変役に立っているが，遠距離での非摂動的効果に対しては今のところ無力である。(2) QCDの $\beta(g)$ の振舞いは図1のよう

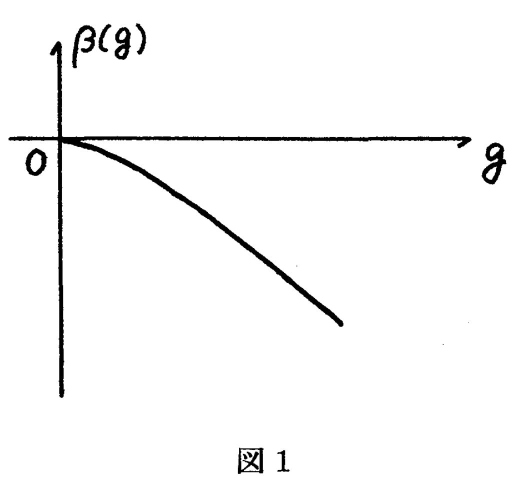

図1

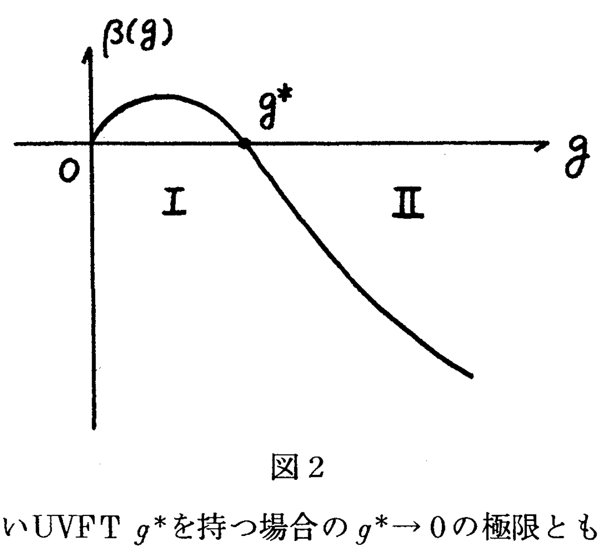

図2

なものであるが，これは，図2のような0でないUVFT g^* を持つ場合の $g^*\to 0$ の極限とも考えられる（例えば4＋ϵ 次元QCD）。いくつかの解ける例によると，図2の region I $(g<g^*)$

と region Ⅱ（$g>g^*$）は phase が異り，Ⅰは symmetric vacuum，Ⅱは asymmetric vacuum に対応していることが知られている。すると図1の全領域は region Ⅱに対応するが，$g=0$ の付近は漸近自由性により摂動的に計算しようとしている。このことが正当なことかどうかもう少し検討を要することかも知れない。

素粒子反応のうちで，近距離反応と呼ばれているものは，深非弾性散乱（$eN\to eX$，$\nu N\to\mu X$，$e\gamma\to eX$など，但しXは undetected hadrons），高エネルギーe^+-e^-対消滅，Drell-Yan process（$NN\to\mu^+\mu^-X$など），large p_T hadron反応などがある。1978－1979年に於ける理論的発展のおかげで，これらの近距離反応は全てくり込み群的方法によって取扱うことがわかった。[3] ここでは，特に良く調べられている深非弾性散乱を例にとって説明しよう。

深非弾性散乱，例えば$eN\to eX$の終状態電子の運動量分布は，いわゆる構造関数$F(x, Q^2)$というもので記述される。但し，Q^2は電子の運動量移行の2乗で，xは，実験系でのエネルギー移行とQ^2との比（$x=Q^2/2M\nu$，Mは核子の質量，νはエネルギーの移行）である。構造関数のモーメント

$$\int_0^1 dx\, x^{n-2} F(x, Q^2) = a_n C_n(Q^2)$$

のQ^2依存性（$C_n(Q^2)$）は理論的に計算できる量である。事実，Q^2が大きいときはクォークの近距離相互作用のみがきいてきて，QCDの下での摂動計算が許される。そこでくり込まれた結合定数gについて低次でのいくつかのファイマン・グラフを計算してみると，主要な寄与をするものは$(g^2\ln Q^2)^k$（$k=1, 2, 3, \cdots\cdots$）の形をしていて，gが小さくても$\ln Q^2$が大きくて，いくつかのグラフのみをとるというわけにはいかない。そこで同じオーダーできくものを加え合せる必要があるが，これをシステマティックにやるにはかなり工夫がいる。

ところで，くり込み群の考えを適用すると，$C_n(Q^2)$は

$$\left[-Q\frac{\partial}{\partial Q}+\beta(g)\frac{\partial}{\partial g}-\gamma_n(g)\right]C_n(Q^2)=0$$

のような式を満すことを示すことができる。ここで$\gamma_n(g)$はクォークやグルーオンの場からつくられる或る種のオペレーターの anomalous dimension である。上で述べたような純摂動的計算で有限項迄$C_n(Q^2)$を求めたものは，このくり込み群の方程式を満さない。摂動項の同じオーダーのものを無限項たして求めた$C_n(Q^2)$はくり込み群の方程式の解になる。そこで，$\beta(g)$，$\gamma_n(g)$を摂動で求め，これをくり込み群の式に入れて$C_n(Q^2)$を解いてやるという方法，即ちくり込み群による摂動級数の改良が大変有効であることがわかる。

$\beta(g)$ と $\gamma_n(g)$ の摂動展開

$$\beta(g) = -\beta_0 g^3 - \beta_1 g^5 + O(g^7),$$

$$\gamma_n(g) = \gamma_n^0 g^2 + \gamma_n^1 g^4 + O(g^6),$$

及び，解 $C_n(Q^2)$ の初期値 $C_n(Q^2 = \mu^2)$ の摂動展開

$$C_n(Q^2 = \mu^2) = \delta_n^0 + \delta_n^1 g^2 + O(g^4),$$

に現れる係数，β_0, β_1 ……，γ_n^0, γ_n^1 ……，δ_n^0, δ_n^1 ……が近年次々と計算され，現在では，$C_n(Q^2)$ に対するleading log 及び next-to-leading log の答が完全に求められている。[4] その結果は，実験データとくらべることができ，データとおおむね合っている。

他のプロセス，例えば $e^+ - e^-$ 対消滅や Drell-Yan process でも同様の計算が完了し，特に $e^+ - e^-$ ではデータとの詳しい比較も行われつつあるがまだ conclusive ではない。

参 考 文 献

1) D.J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1343 ; Phys. Rev. **D8** (1973) 3633 ; **D9** (1974) 980.
   H.D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1346 ; H. Georgi and H.D. Politzer, Phys. Rev. **D9** (1974) 416.
2) S. Weinberg, Phys. Rev. **D8** (1973) 3497.
   綜合報告. 金谷和至，素粒子論研究 **58** (1979) 239.
3) 例えば次の lecture note をみよ。
   J. Ellis and C.T. Sachrajda, 1979 Cargèse Summer Institute.
4) E.G. Floratos, D.A. Ross and C.T. Sachrajda, Nucl. Phys. **B129** (1977) 66 ; **B152** (1979) 493.
   D.R.T. Jones, Nucl. Phys. **B75** (1974) 531.
   W. Caswell, Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 224.
   W.A. Bardeen, A.J. Buras, D.W. Duke and T. Muta, Phys. Rev. **D18** (1978) 3998.